

A ARGUMENTAÇÃO MATEMÁTICA NA PERSPETIVA DA PROFESSORA RITA

Rosário Monteiro

Escola Secundária Dr. Joaquim Gomes Ferreira Alves

xicomate@gmail.com

Leonor Santos

Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

mlsantos@ie.ul.pt

Resumo

O presente texto relata parte de uma investigação orientada para compreender o significado de *argumentação* atribuído pelo professor e descobrir quais os *processos argumentativos* privilegiados aquando da conceção ou seleção de tarefas dirigidas ao desenvolvimento da capacidade de argumentação matemática de alunos do 11.º ano de Matemática A, desenvolvidas num contexto colaborativo de trabalho. Seguindo uma metodologia de natureza interpretativa, a recolha de dados foi realizada através de observação de reuniões e de aulas, de entrevistas às professoras participantes e de recolha documental. Nesta comunicação, cingir-nos-emos, apenas, a um dos casos estudados: a professora Rita. Os resultados obtidos evidenciam que, para Rita, a argumentação é entendida como uma capacidade, a desenvolver ao longo do ano e envolvendo qualquer tópico matemático, e, além disso, configura-se como a expressão de um raciocínio possível, uma tentativa de justificar enunciados, a partir do que se acredita como verdadeiro. Relativamente ao processo privilegiado, aquando da selecção ou conceção das tarefas, os resultados indiciam que Rita valoriza, por excelência, a *justificação*, percecionada, no entanto, como *prova intelectual*.

Palavras-chave: Argumentação matemática, raciocínio matemático, processos argumentativos, ensino secundário.

Introdução

No contexto do ensino e aprendizagem da Matemática, os trabalhos do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1991, 1994, 2007), com o desenvolvimento de princípios e normas para a educação matemática, refletem bem a importância da argumentação e do raciocínio na matemática escolar, especialmente interessantes, devido, tanto à sua relevância internacional, como à influência que tiveram nos desenhos curriculares de muitos países, nomeadamente o português. Por exemplo, no programa de Matemática A, em vigor, é dado relevo ao desenvolvimento da capacidade de argumentação dos alunos, enquanto componente do saber matemático:

O hábito de pensar corretamente, que é o que afinal está em causa, deve ser acompanhado do hábito de argumentar oralmente ou por escrito e, sempre que possível, os estudantes devem realizar exercícios metodológicos de descoberta de justificações (que não são mais do que novos problemas, por vezes dentro de outros problemas cuja resolução carece de ser comprovada). (DES, 2001, p. 21)

A atenção dedicada, atualmente, às atividades de argumentação na aula de Matemática pode ser justificada pela procura de caminhos facilitadores da aprendizagem da prova (Duval, 1999). A título de exemplo, salientamos os trabalhos de Balacheff (1991); Ponte, Matos e Abrantes (1998) e de Brocardo (2001) onde se encontram bem evidenciadas as dificuldades reveladas pelos alunos no desenvolvimento de tal capacidade. Importa acrescentar, ainda, que, nos últimos anos, a ênfase dada à argumentação matemática tem vindo a ser legitimada nas provas de avaliação externa de Matemática A (testes intermédios e exames).

Com este trabalho procuramos compreender como perspetivam os professores, em contexto colaborativo, a argumentação matemática. Em particular, procuramos responder à seguinte questão orientadora: Quais os processos argumentativos (explicação, justificação, formulação e teste de conjeturas) que privilegiam na elaboração de tarefas que concebem para promover o desenvolvimento desta capacidade nos alunos?

Enquadramento Teórico

Argumentação: Da antiga à nova retórica, um longo percurso

Com o propósito de fazer uma breve exposição sobre o estado da arte no que diz respeito à teorização da argumentação, procurámos descobrir qual o quadro da emergência contemporânea enquanto campo de estudos e constatámos que

A argumentação tem uma história teórica sinuosa. Plenamente reconhecida como objeto de pesquisa, desde o início da civilização greco-romana, atravessou um longo período de latência, entrecortada por alguns sobressaltos, para conhecer um renascimento na época contemporânea. (Breton & Gauthier, 2001, p. 3)

No século XX, com a consolidação dos ideais democráticos e com a crise das ciências, a argumentação ou a retórica (conceitos não unívocos, nalgumas perspetivas entendidos mesmo como sinónimos) surge associada a uma nova conceção de racionalidade e de verdade (verdade agora entendida como possibilidade e plurívoca), como resposta à necessidade de enquadramento dum pensar e dum agir críticos, libertos das tiranias das soluções únicas.

Segundo Grácio (2008), a teorização contemporânea da argumentação surge por reação ao que se pode designar “como a imagem matematizada do pensamento” (p. 1). De facto, para este autor, “é a partir do questionamento do ideal matemático do pensar, preconizado por Descartes e refinado, nos séculos XIX e XX, com matematização da lógica (nomeadamente através da obra de Frege) que tanto a obra de Perelman, como a de Toulmin se desenvolverão” (p. 1). Podemos considerar dois períodos distintos na teorização contemporânea da argumentação: o primeiro, caracterizado pela delimitação do campo da argumentação, com as obras publicadas em 1958 – *The uses of argument de Toulmin* e *Traité de l' argumentation: La nouvelle rhétorique de Perelman e Olbrechts-Tyteca*; e o segundo período, “que se caracteriza pela emergência de múltiplas abordagens teóricas da argumentação, cada uma com um objeto de estudo diferente e recorrendo a pressupostos metodológicos diferentes e por vezes inconciliáveis” (Grácio, 2008, p. 1).

Argumentação em matemática: À procura de um significado

Centrando-nos no significado para argumentação nas aulas de Matemática, deparamo-nos com diferentes perspetivas. Efetivamente, para Pedemonte (2002)

a argumentação em Matemática é a expressão de um raciocínio possível, uma tentativa de justificar um enunciado ou conjunto de enunciados a partir daquilo que se crê como verdadeiro, um processo em que as inferências se apoiam principalmente sobre os conteúdos embora, na sua perspetiva, se possa mostrar que também nas demonstrações, contrariamente ao que defende Duval, as proposições não se afastam do conteúdo. (Pedemonte, 2002, citada por Boavida, 2005, p. 57)

Por sua vez, Krummheuer (1995, p. 231) afirma que

Empiricamente, o conceito de argumentação diz respeito às interações observadas, ao nível da sala de aula, que dizem respeito às explicações intencionais de raciocínio relativas a uma solução enquanto ou depois de ela se desenvolver.

Já Duval (1993) aborda os conceitos *argumentação*, *explicação* e *justificação* explorando e analisando as relações entre eles. A principal relação entre argumentação e justificação é a sua finalidade. Para o autor, a argumentação é produzida com o objetivo de justificar uma afirmação ou tese. Assim, o autor distingue, no processo justificativo, duas partes essenciais: a produção de argumentos e o exame de aceitabilidade dos argumentos produzidos. Consequentemente, será necessário começar por caracterizar essas duas partes para poder definir a argumentação e a relação com a justificação. Duval defende que a produção de argumentos emerge da procura de resposta a perguntas do tipo *Porque afirmas que...?* ou *Porque respondes que....?*, enquanto as respostas às questões do tipo *Porque ocorre.....?* requerem, apenas, uma explicação.

Ora, neste estudo, e a fim de podermos proceder à análise das produções dos alunos, seria, pois, necessário clarificar o significado de mais alguns termos, nomeadamente, distinguir *explicação* de *justificação*. Assim, optámos pela perspetiva de Balacheff (1988), assumindo que enquanto a *explicação* é um discurso, cujo objetivo é tornar inteligível o caráter de verdade, adquirido pelo locutor, duma proposição ou dum resultado, fazendo, frequentemente, apelo à intuição, a *justificação* é a exposição das razões que legitimam determinada atuação, comportamento ou acontecimento. Parece especialmente relevante, em termos de argumentação, o processo seguinte: (1) formular conjeturas; (2) procurar validá-las ou, pelo contrário, refutá-las, produzindo razões ou argumentos; (3) estabelecer relações entre razões e argumentos; e (4) examinar a sua aceitabilidade em relação ao modelo teórico de referência.

Também os termos *prova* e *demonstração* foram objeto da nossa pesquisa. Assim, constatámos que Balacheff (1988), ao pretender clarificar estes conceitos, distingue-os, defendendo que a *demonstração*, uma vez realizada, é aceite por toda a comunidade perante a qual é apresentada e a *prova* pode ser aceite por uma determinada comunidade e, no entanto, rejeitada por outra. No âmbito da Matemática escolar, Balacheff hierarquiza, entre as provas *pragmáticas* e as *intelectuais*, quatro níveis principais que ocupam um lugar privilegiado na génese cognitiva da demonstração: empirismo *naïf*; experiência crucial; exemplo genérico e experiência mental. Os dois primeiros níveis provêm de uma mesma racionalidade empírica (extraídos da experiência) e, consequentemente, não permitem estabelecer a veracidade de uma asserção. São, no entanto, fundamentais na validação ou refutação de conjeturas. Para formular uma

conjetura basta, por vezes, observar alguns casos particulares e notar uma característica que se mantém invariante, baseando-se os argumentos nesses casos particulares. Existe, de facto, uma rutura fundamental entre os dois primeiros níveis e os seguintes, mas é o recurso à *experiência mental* que marca a passagem das *provas pragmáticas* às *intelectuais*, uma vez que já não se trata de ações efetivas, mas sim de ações interiorizadas (termo utilizado no sentido piagetiano). São estas últimas ações que serão necessárias para a elaboração de provas de um nível mais elevado.

Assim, de acordo com o autor, a principal diferença entre *prova* e *demonstração* reside na sua finalidade; enquanto que na demonstração é validar, a prova pretende justificar no interior de um determinado domínio teórico.

Tal como afirma Cuoco (2003), o raciocínio matemático envolve mais do que a compreensão de ideias matemáticas e a aplicação de métodos e procedimentos eficientes, é mais exigente, pois encontra-se associado a diversas formas de pensamento: (1) prever resultados, essencial para a formulação de conjeturas; (2) criticar soluções, mesmo as corretas; (3) procurar padrões ou generalidades; (4) analisar; e (5) sintetizar. Esta perspetiva é consistente com a de Boavida (2008)

em Matemática, não raciocinamos apenas quando provamos algo. Também raciocinamos ao apresentar razões que justificam afirmações ou posicionamentos, ao tentar convencermo-nos a nós, ou a outros, da razoabilidade destas justificações ou ao procurar explicar a coerência entre o que se aceita como válido e as suas consequências. (p. 1)

Este significado, para *raciocínio matemático*, foi o que se acabou por adotar neste estudo. Por outras palavras, considerámo-lo como uma capacidade fundamental, que envolve a argumentação matemática, isto é, processos como a explicação e a justificação de ideias, a formulação e o teste de conjeturas e, numa fase mais avançada, a demonstração. Partilhamos, contudo, da opinião de Pedemonte (2002) ao perspetivar a *demonstração*, no contexto educativo, como um caso particular da argumentação em Matemática.

Metodologia

Seguimos, no estudo, o paradigma interpretativo, uma vez que, não considerando possíveis as representações absolutas, subscrevemos uma perspetiva relativista da realidade. Optámos pelo *design* de estudo de caso, tendo presente o objetivo do estudo e também, porque, de acordo com Patton (1990, p. 54), “os estudos de caso são particularmente úteis quando se pretende compreender determinados indivíduos, determinado problema ou uma situação particular, em grande profundidade”. A nossa opção recaiu sobre dois casos: Laura e Rita (nomes fictícios), duas das três professoras que se encontravam a lecionar, durante o ano letivo 2009-2010, Matemática A no 11.º ano de escolaridade numa mesma escola. Todavia, nesta comunicação, apresentaremos, apenas, o que diz respeito ao caso de Rita.

A opção por professores de Matemática A, do 11.º ano de escolaridade, prendeu-se com o facto de ser no 11.º ano de escolaridade que os alunos estudam o discurso argumentativo, quer na disciplina de Português, quer na de Filosofia. A escolha da escola foi orientada por um critério de conveniência, dada a fácil acessibilidade e a receptividade facultada à investigadora. Essa escola, com cerca de 1600 alunos, está situada nos arredores do Porto.

O estudo foi desenvolvido num contexto de trabalho colaborativo que pressupõe que “os diversos intervenientes trabalham conjuntamente, não numa relação hierárquica, mas numa base de igualdade de modo a haver ajuda mútua e a atingirem objetivos que a todos beneficiem” (Boavida & Ponte, 2002, p. 46). Em contexto colaborativo foram concebidas sete tarefas - aplicadas ao longo do ano, envolvendo diferentes tópicos matemáticos - dirigidas ao desenvolvimento, nos alunos, da capacidade de argumentação matemática. Tal conceção foi, obviamente, iniciada com a definição dos objetivos e dos critérios de sucesso. No entanto, nesta situação particular, a investigadora optou por não expressar as suas opiniões ou, quando tal não podia ser evitado, fazia-o com parcimónia, uma vez que pretendia recolher dados para responder às questões inicialmente formuladas. Consequentemente, precisava, antes de mais, de ouvir a voz das participantes no estudo, pelo que foram realizadas reuniões, com uma periodicidade média quinzenal, ao longo do ano letivo 2009-2010. Além disso, nessas reuniões, foram analisadas e discutidas as produções dos alunos relativas a cada uma das tarefas. O processo de recolha de dados teve início em setembro de 2009, tendo sido antecedido por um pedido de autorização da investigadora dirigido ao Diretor da escola. Para instrumentos de recolha de dados foram usadas a observação (23 reuniões de trabalho conjunto - RTC - e 11 aulas para cada professora - A), a entrevista semiestruturada (uma primeira realizada no início do estudo, - E1 -, e a segunda no final de junho de 2010 - E2) e a recolha documental de diversos documentos curriculares.

A intenção de seguir o modelo interativo de análise de dados de Huberman e Miles (1994) não se configurou como uma realidade. De facto, durante todo o trabalho de campo, a recolha de dados foi dominante. Após a primeira fase da recolha de dados, a análise ganhou profundidade. Elaborámos, para cada uma das reuniões, um relatório pormenorizado que pretendia articular as informações obtidas nas primeiras leituras das transcrições das gravações áudio com as notas de campo resultantes da observação das reuniões. Simultaneamente, fomos analisando esses relatos e procedemos a uma análise mais fina dos registos, focando a atenção nos processos matemáticos valorizados por cada uma das participantes na conceção das tarefas. À análise das transcrições das gravações áudio das reuniões seguiu-se, com procedimento semelhante, a análise dos registos de observação das aulas, das transcrições relativas às entrevistas e da análise dos documentos. Neste artigo definimos como categorias de análise o entendimento atribuído a Rita sobre argumentação matemática no início e ao longo do desenvolvimento do estudo.

A argumentação matemática: Perspetiva de Rita

Rita, apesar de aparentar menos idade, tem cerca de 40 anos, é casada e tem dois filhos ainda pequenos. Tem um ar gaiato, é muito simpática, mas revela saber bem o que quer. Revela um forte sentido de responsabilidade profissional, denotando, também, um espírito muito crítico. Viveu sempre no distrito do Porto, onde realizou todos os seus estudos (licenciatura em Matemática (ramo educacional), estágio e mestrado em Matemática). Teve, desde sempre, uma boa relação com a Matemática, apesar de não a destacar de entre outras disciplinas:

Fiz o ensino básico e secundário todo, sem interrupções...e com boas notas (risos). Sempre gostei de Matemática, mas também gostava de outras disciplinas... Eu gostava de estudar! (E1, 3)

Ao longo do seu percurso profissional, Rita tem exercido diversas funções, como por exemplo, delegada de grupo, supervisora da Classificação dos Exames Nacionais do

Ensino Secundário de Matemática A e professora acompanhante dos Planos da Matemática I e II. Como explica: “as oportunidades não se devem perder, pois, por cada uma que se abraça, surge uma nova” (E1, 3).

Rita é professora de Matemática, por opção, há vinte anos. Na sua opinião, esta escolha foi influenciada não só pelo gosto que desenvolveu, ao logo do percurso académico, pela Matemática, mas, sobretudo, pela relação que estabeleceu com uma sua professora: “a professora de Matemática do 9.º e 11.º anos marcou-me muito! A professora foi decisiva para a escolha da Matemática, de facto!” (E1, 4). A relação com os alunos é, na sua opinião, o aspeto mais gratificante desta profissão. Gosta de ensinar e está na profissão, sentindo uma grande satisfação pessoal.

Argumentação matemática no início do estudo

Rita, na primeira entrevista, considera que argumentar, em Matemática, deveria ser “explicar como é que se chega a determinada conclusão ou resultado, explicar por que é que é assim” (E1, 8). Na segunda reunião, comenta que para desenvolver, nos alunos, a capacidade de argumentar, o professor deverá criar oportunidades para que os alunos justifiquem, expliquem e formulem e validem ou refutem conjecturas, como está evidenciado no comentário seguinte:

Acho que a formulação de conjecturas deve ser privilegiada... se queremos desenvolver a argumentação. Não é só formular, pois não? Depois tem que se validar... convencer os outros de que está correto ... o que afirmaram. E aí, obviamente, entra a justificação! Estão interligadas, não se podem separar. Mas, devemos começar por aí, por formular conjecturas. (RTC, 7out, 2)

Acrescenta, ainda, que tem vindo a procurar realizar, com os seus alunos, tarefas onde eles possam “argumentar ou convencer os outros de uma determinada propriedade” (RTC, 7out, 12), embora, como refere, nem sempre com sucesso.

Rita parece entender que, na argumentação, seria também de privilegiar o rigor na explicitação dos raciocínios:

Eu penso... para os ensinar... para que eles [os alunos] aprendam a argumentar, temos de os deixar defender os seus pontos de vista, o que deverá ser feito com os seus conhecimentos matemáticos... recorrendo às propriedades que conhecem, tem que haver rigor nas afirmações, nas justificações que fazem quando estão a expor o raciocínio. (RCT, 7out, 11)

Para Rita, ensinar os alunos a argumentar, em Matemática, prende-se com a necessidade de os ouvir, de os deixar explicitar os raciocínios desenvolvidos, usando, essencialmente, três processos argumentativos: *formulação de conjecturas, explicação e justificação*.

Argumentação matemática ao longo do estudo

O trabalho de conceção das tarefas originou, frequentemente, bastante discussão.

Na reunião realizada a 14 de outubro de 2009, destinada à elaboração da primeira tarefa a propor aos alunos, no âmbito do estudo, foi selecionada uma de entre as duas tarefas apresentadas. Esta decisão foi consensual, tendo Rita referido que, das duas, esta tarefa

era a mais adequada aos objetivos previamente definidos. Acrescentou, ainda, que se deveria optar por esta, uma vez que permitiria que os alunos desenvolvessem a construção de argumentos válidos:

É que... assim podem arranjar argumentos..., o que é que eles têm de ver? Sim, têm de... a definição de radiano, mas depois também têm de relacionar com o comprimento do lado do triângulo. Acho que... o que importa é que procurem articular isto tudo para serem capazes de argumentar... de justificar ... de conseguirem convencer. Sim, também penso que vai ao encontro dos nossos objetivos... (RTC, 14out, 6)

Nas palavras de Rita, parece estar subjacente a ideia de que, nesta tarefa, o raciocínio é a primeira fonte de legitimidade de asserções e que os alunos se sentiriam confortáveis não só para explicarem ideias emergentes, mas também para as justificarem.

Já aquando da elaboração da segunda tarefa, Rita pretende incluir a formulação de conjeturas, como é evidente no extrato do diálogo seguinte:

Rita – E acrescentávamos mais uma questão para eles validarem a conjetura que tivessem formulado na primeira questão... se tivessem feito alguma coisa...

(...)

Rita – Eu acho que as tarefas têm que ter alguma abertura para que eles possam desenvolver um certo raciocínio matemático... e, por isso, acho que devemos colocar uma questão que os leve a formular conjeturas. Considero que... para eles aprenderem a argumentar ... a formulação e a validação de conjeturas é quase tão importante como a justificação. Tu não achas? (RTC, 25nov, 1 e 2)

Ao longo do diálogo, Rita insiste para se incluir a formulação e validação de conjeturas, alegando que, quer estes processos, quer a justificação, são importantes no desenvolvimento das práticas argumentativas dos alunos.

Na pesquisa realizada para a conceção da terceira tarefa, Rita, ao analisar algumas das tarefas apresentadas e discutindo a definição dos objetivos, privilegia a justificação:

Eu penso que... interpretar enunciados, selecionar os dados e identificar a conclusão são objetivos que teremos, obviamente, de ter, de considerar... mas, se queremos trabalhar a argumentação... temos de ter... de incluir as justificações, usando argumentos válidos e de tentar que eles [os alunos] consigam fazer a passagem dos dados para a conclusão. Quer dizer, eu achava que eles deveriam também ser capazes... de conseguir formular conjeturas, mas, na outra [tarefa 2] eles reagiram tão mal... Se calhar temos de ir mais devagar... (RTC, 6jan, 1)

Na aula de 25 de janeiro, pudemos observar o episódio vivenciado entre Rita e uma aluna, a respeito dos comentários registados nas suas produções da primeira fase da tarefa 3:

1. **Rita** – Era suposto teres mostrado que as coordenadas eram aquelas, não era? [apontando para o enunciado]
2. **Maria** – Sim e eu fui aplicar o teorema de Pitágoras e deu-me...
3. **Rita** – O que era pedido?

4. **Maria** – Mostra que D tem como coordenadas $(8, 4\sqrt{3})$ [lendo o enunciado].
5. **Rita** – Será que chegaste a mostrar?
6. **Maria** – Eu pensava que sim... tinha calculado! Consegui descobrir o 8 e o $4\sqrt{3}$
7. **Rita** – Apesar de teres trocado a abcissa com a ordenada, só te limitaste a fazer cálculos, não foi?
8. **Maria** – Só calculei, não expliquei? É isso!... Como está escrito no comentário da *stora*.
9. **Rita** – Sim, é isso. Para mostrar não basta apresentar cálculos! Temos de explicar o caminho usado para lá chegar. E agora já sabes o que deves escrever? Ajudei-te na tua reflexão? (A, 25jan,3)

Neste episódio, quer Rita, quer a aluna, falam em explicação parecendo atribuir este significado à justificação.

Ao elaborarem a tarefa 4, Laura e Rita optaram por conceber um conjunto de questões cujas respostas lhes permitisse diagnosticar dificuldades, ou ausência de conhecimentos, dos alunos acerca de funções e respetivas propriedades, privilegiando, contudo, a justificação. Efetivamente, como Rita argumenta,

Precisamos de saber quais são as conceções que eles têm... e as que não estão corretas, isto é, se não há confusões... Podemos pedir-lhes que justifiquem algumas afirmações que até podem ser erradas. Parece-me que poderá ser um bom meio de diagnosticar as dificuldades deles. (RTC, 10fev, 2)

No entanto, Rita coloca a questão da eventual falta de conhecimento necessário para os alunos procederem à justificação de determinadas afirmações, dado serem pouco formais, na sua perspetiva, os conhecimentos que os alunos trazem do ano letivo transato:

(...) não nos podemos esquecer que eles não têm grandes conhecimentos sobre funções... no 10.º ano era tudo intuitivo... não demos definições, nem nada disso... deu-se tudo de uma forma intuitiva... e eles assim não vão ter as ferramentas que precisam para justificar... (RTC, 10fev, 2 e 3)

Deste extrato, parece ainda possível inferir que Rita, nesta tarefa diagnóstica, privilegia a justificação considerando-a apenas possível quando sustentada por argumentos apoiados por conhecimentos matemáticos formais. Assim, Rita parece revelar uma conceção de *justificação* próxima do que Balacheff (1988) designa por *prova intelectual* (baseada na formulação de propriedades e das relações entre elas).

No diálogo que a seguir se apresenta, ocorrido durante uma aula observada, parece emergir, uma vez mais, a *justificação* como processo argumentativo privilegiado:

Rita – Estamos todos convencidos de que as retas verticais não podem representar funções? Se quisermos convencer alguém, temos de encontrar uma justificação, não é? A justificação pode servir para nós termos a certeza absoluta que, de facto, as retas verticais não podem representar funções

João – É preciso ser rigoroso!

Rita – Sim, tinham de construir um texto onde apoiassem as vossas justificações... teriam de dar sentido ao que estavam a afirmar. (A, 25fev,4)

A tarefa 6 foi elaborada com a intenção de ser implementada aquando da abordagem do tópico matemático *operações com funções*. Atendendo a que, da experiência das professoras, era do seu conhecimento que os alunos, de um modo geral, revelavam dificuldades sobretudo na compreensão do conceito de função inversa, decidiram conceber uma tarefa que proporcionasse a possibilidade de averiguar se os alunos, efetivamente, confundiam, ou não, função inversa com o cálculo do inverso de um número. Para Rita, no que diz respeito à argumentação matemática, a tarefa deveria propiciar, preferencialmente, não só o estabelecimento da passagem dos dados para a conclusão (objetivo de aprendizagem já por si destacado na tarefa 3), mas, também, a elaboração de justificações, usando argumentos válidos (fala 5):

1. **Rita** – Acho boa ideia! Vamos então ver o que escrevemos... Pode ser, como de costume... uma história do género, a professora do António pediu aos alunos para explicarem por que é que se $f(3)$ é 2, então a imagem de 2, pela inversa de f , é 3.
2. **Laura** – Mas eles assim não têm que justificar! Limitam-se a explicar... Fica muito mais simples! Eu acho que para além de eles explicarem têm de fundamentar, dizer os porquês. Não pode ser só mostrar que é assim...
3. **Rita** – Sim, mas a minha ideia não era essa. Não queria que eles se limitassem a explicar... às vezes acontece isso, pensamos... uma coisa e sai outra. Eu também quero que eles justifiquem!
4. **Laura** – Está claro, então eles vão ter de justificar! Agora só falta encontrar a afirmação. O que é que vão justificar? O que é que vamos escrever?
5. **Rita** – Temos de encontrar uma afirmação que eles possam justificar, partindo do que já sabem... quer dizer, os argumentos que vão arranjar têm de ser válidos, mas têm de vir dos conhecimentos... do que acabaram de estudar. Isto é o que eu penso, entendem? (RTC, 17mar, 5 e 6)

Ora, neste diálogo, Rita provocou, novamente, o questionamento sobre o significado dos termos *explicação* e *justificação* (falas 1 e 3) e revelou, uma vez mais, o modo como entende a *justificação* (fala 5) - baseada na formulação de propriedades e das relações entre elas. Assim, parece que podemos concluir que, também nesta tarefa, o processo argumentativo privilegiado por Rita é a *justificação*.

Na conceção da tarefa 7, as professoras decidem incluir a demonstração. Esta ideia poderá ter sido induzida pelo facto de os alunos se encontrarem a estudar o tópico sucessões e de o programa de Matemática nele contemplar a demonstração de alguns teoremas. Rita propõe, ainda, a apresentação de diferentes técnicas de demonstração, conforme parece estar evidenciado na fala seguinte: "Eu também gostava de ver com eles a demonstração. Eles já estudaram, quando forem fazer a tarefa [tarefa 7], a indução matemática e gostava que eles vissem outros processos de demonstração... (OR12maio,4).

Ainda a respeito do teor das questões para a tarefa 7, Rita faz o seguinte comentário:

Nós [a equipa de trabalho envolvida neste estudo] não temos valorizado a formulação de conjecturas, temos insistido na validação, quer dizer nas justificações... eles [os alunos] têm, sobretudo, feito justificações. Eu não sei... mas, mesmo depois disto, será que conseguem fazer demonstrações? Eu não sei... acho que eles precisam de perceber... que uma demonstração não é mais do que um raciocínio... um raciocínio que vai tentar justificar... uma conclusão e que... deverá ser suficientemente rigoroso. Agora, nesta última tarefa, era necessário que eles vissem... que compreendessem... (RTC, 12maio, 4)

Deste comentário, podemos concluir, uma vez mais, que, para Rita, a *justificação* é um processo a privilegiar nas tarefas dirigidas ao desenvolvimento da capacidade de argumentação matemática dos seus alunos e que terá de estar presente, também, nas questões relativas à demonstração. É pertinente referir a importância do rigor, que continua a estar subjacente à noção de justificação conforme está patente na expressão “suficientemente rigoroso”. Rita, na elaboração das sete tarefas, valoriza, por excelência, a *justificação*, percebida, no entanto, como *prova intelectual*.

Rita, no final do estudo, refere a importância da seleção das tarefas no desenvolvimento da capacidade de argumentação matemática dos alunos, mas acrescenta que

a escolha de tarefas foi importante, mas não terá sido, por si só, suficiente para garantir o sucesso da nossa finalidade: desenvolver a capacidade de argumentação matemática dos alunos (risos)... Eu penso que as oportunidades que lhes criámos, aquando da aplicação das sete tarefas, permitiram desenvolver uma cultura de argumentação na sala de aula, mas nós tivemos de estar muito atentas para poder aproveitar as explicações e justificações dadas pelos alunos, procurando sempre rentabilizá-las. Obviamente, foi um grande desafio... para eles e para nós! (E2, 5)

Conclusões

A análise do conjunto dos objetivos, definidos, em contexto colaborativo, para cada uma das sete tarefas implementadas pelas participantes, permite revelar que se poderão encontrar dois focos de ação: um, mais dirigido aos tópicos matemáticos abordados no momento em que a tarefa iria ser aplicada, está centrado na compreensão de tópicos matemáticos incluídos no currículo prescrito para o 11.º ano e um outro foco mais diretamente relacionado com processos argumentativos a serem usados pelos alunos: formulação de conjecturas, refutação ou validação, explicação e justificação. Ao longo do estudo, parece emergir uma evolução no significado que Rita atribui a argumentação matemática. No final do estudo, Rita entende que a argumentação deve ser perspectivada como a expressão de um raciocínio possível, uma tentativa de justificar enunciados, a partir do que se acredita como verdadeiro e considera que tarefas desafiadoras, dirigidas à argumentação, deverão incluir experiências de prova, privilegiando a *justificação*. Estas experiências, segundo Balacheff (1988), poderiam ser enquadradas nas *provas intelectuais*, isto é, a *justificação* deve ser baseada na formulação de propriedades e das relações entre elas. Ao longo do estudo notou-se, ainda, que Rita privilegiou o desenvolvimento, nos alunos, da capacidade de raciocinar matematicamente (DGIDC, 2007).

Referências

- Balacheff, N. (1988). *Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de Collège*. Thèse d'état. Grenoble: Université Joseph Fourier.
- Balacheff, N. (1991). Treatment of refutations: Aspects of the complexity of a constructivist approach to mathematics learning. In E. von Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education* (pp. 89-110). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Boavida, A. (2005). *A argumentação em Matemática: Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração*. (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa).
- Boavida, A. (2008). Raciocinar para aprender e aprender a raciocinar. *Educação e Matemática*, 100, 1.
- Boavida, A. & Ponte, J. P. (2002). Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In GTI (Ed.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 43-55). Lisboa: APM.
- Breton, P. & Gauthier, G. (2001). *História das Teorias da Argumentação* Lisboa: Editorial Bizâncio.
- Brocardo, J. (2001). *As investigações na aula de Matemática: Um projecto curricular no 8º ano* (Dissertação de Doutoramento). Lisboa: APM
- Cuoco, A. (2003). Mathematical habits of mind. In H. Schoen (Ed.), *Teaching mathematics through problem solving: grades 6-12* (pp. 27-37). Reston, VA: NCTM.
- DES (2001). *Matemática A – Programas 10.º, 11.º e 12.º anos*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Duval, R. (1993). Argumenter, démontrer, expliquer: continuité ou rupture cognitive? *Petit x*, 31, 37-61.
- Duval, R. (1999). *L'Argumentation en question*. Acedido em 12 agosto de 2009 de <http://www.lettredelapreuve.it/OldPreuve/Newsletter/991112Theme/991112ThemeES.html>
- Grácio, R. (2008). *Teorias da argumentação — o estado da arte*. Comunicação apresentada no 6.º Encontro Nacional de Professores de Filosofia. Acedido a 12 agosto de 2009 de <http://www.ruigracio.com/Teoriasdaarg.htm>.
- Huberman, M., & Miles, M. (1994). Data management e analysis methods. In N. Denzin & Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 428-444). London: Sage.
- Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 229-269). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE. (Trabalho original em inglês, publicado em 1989).
- National Council of Teachers of Mathematics (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: APM e IIE. (Trabalho original em inglês, publicado em 1995).
- National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa: APM (trabalho original em inglês, publicado em 2000).
- Patton, M. Q. (1990). *Qualitative Evaluation and Research Methods*. E.U.A.: Sage Publications.
- Pedemonte, B. (2002). *Étude didactique et cognitive des rapports de l'argumentation et de la démonstration dans l'apprentissage des mathématiques*. Tese de doutoramento não publicada. Genova: Université Joseph Fourier-Grenoble II/Université de Genova, Itália.

Ponte, J. P., Matos, J. M., & Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação matemática: Implicações curriculares*. Lisboa: IIE.

Ponte, J. P.; Serrazina, L.; Guimarães, H.; Breda, A.; Guimarães, F.; Sousa, H.; Menezes, L.; Martins, M. E.; e Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação – DGIDC.