

PROMOVER O RACIOCÍNIO DOS ALUNOS: PLANIFICAR, CONDUZIR E REFLETIR SOBRE O TRABALHO NA SALA DE AULA

Isabel Velez

Unidade de Investigação do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

velez@campus.ul.pt

João Pedro da Ponte

Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

jpponte@ie.ul.pt

Resumo

O raciocínio matemático é uma importante capacidade transversal em Matemática, mas existe pouca investigação sobre a forma como os professores podem promover o seu desenvolvimento nos alunos. Nesta comunicação pretendemos perceber de que modo os professores desenvolvem o raciocínio matemático dos seus alunos. Para isso, apresentamos os resultados de uma investigação em curso, integrada num trabalho colaborativo realizado com quatro professores do 1.º ciclo. A partir das sessões de planificação das tarefas, da observação das aulas e das sessões de trabalho reflexivo, analisamos a preparação, realização na aula e reflexão sobre uma tarefa. Na análise dos dados, tentamos perceber quais os aspetos que os professores valorizam e o que os preocupa durante a planificação, bem como as dificuldades que antecipam por parte dos alunos e a reflexão que fazem pós aula. A reflexão dos professores leva-os a valorizar a ligação entre comunicação e raciocínio e, por consequência, a importância do momento de discussão coletiva.

Palavras-chave: Raciocínio, Representações, Prática Profissional, Planificação, Discussões coletivas

Introdução

O raciocínio matemático dos alunos tem vindo a ganhar cada vez mais relevo nos documentos curriculares e em investigações que se debruçam sobre esta capacidade matemática e o seu desenvolvimento. Este, por sua vez, depende da prática do professor na sala de aula. No entanto, o modo como, nos diferentes níveis de ensino, este pode apoiar o desenvolvimento do raciocínio dos seus alunos está largamente por explorar. Particularmente escassa é a investigação sobre o trabalho do professor dos primeiros anos de escolaridade. Nesta comunicação, analisamos alguns aspetos da prática profissional de um grupo de quatro professores do 3.º ano do 1.º ciclo do ensino básico relativamente ao desenvolvimento do raciocínio matemático dos seus alunos. O nosso objetivo é compreender de que forma os professores procuram desenvolver o raciocínio matemático dos alunos. Especificamente, procuramos identificar os aspetos que mais valorizam na planificação de tarefas, o modo como promovem o raciocínio dos seus alunos durante a realização das tarefas e os aspetos que ressaltam nas suas reflexões.

O raciocínio matemático e a prática profissional do professor na sala de aula

O raciocínio é o processo de fazer inferências a partir de informações dadas (Ponte, Mata-Pereira, & Henriques, 2012). Trata-se de um processo dinâmico que envolve conjecturar, generalizar, investigar o porquê e desenvolver e avaliar argumentos (Lannin, Ellis & Elliot, 2011). Em Matemática, dada a natureza abstrata dos seus objetos, todo o raciocínio tem necessariamente por base não os objetos em si, mas as suas representações. Estas podem ser ativas, icônicas ou simbólicas (Bruner, 1999).

Saxe (1999) caracteriza as práticas dos professores como atividades reconhecíveis no seu quotidiano profissional realizadas recorrentemente. Outro autor, Schoenfeld (2000), dá especial atenção ao modo como o professor toma decisões, as prioridades que define, os planos de ação que formula e ao modo como estes planos são depois concretizados em sequências de ação. Esta análise do trabalho do professor a sala de aula pode ser articulada com a análise do seu discurso (recolhida em entrevistas, conversas informais, etc.), levando a compreender a forma como este atua na prática.

Webb, Boswinkel e Dekker (2008) sugerem que os professores se reúnam em grupos e analisem o trabalho dos alunos, refletindo no trabalho realizado, de modo a compreender as dificuldades dos seus alunos e escolher mais criteriosamente as tarefas a propor na sala de aula. Por sua vez, Ball e Bass (2003) referem que é importante que os professores planifiquem tarefas promotoras do desenvolvimento do raciocínio dos alunos, antecipando não só o raciocínio que os alunos podem fazer mas também as representações e estratégias que podem surgir. Além disso, sublinham a importância de analisar de forma crítica o trabalho dos alunos, a partir dos seus registos escritos. Estes autores referem ainda que, da mesma forma que os alunos devem aprender a raciocinar matematicamente, os professores necessitam igualmente de aprender a desenvolver as suas práticas de forma promover o raciocínio nos seus alunos. Durante a realização da tarefa na sala de aula Ponte, Nunes e Quaresma (2012) identificam quatro momentos cruciais: (i) apresentação que decorre de forma breve e que tem como objetivo a compreensão da tarefa, (ii) trabalho autónomo dos alunos (em grupo ou aos pares) em que o professor circula pela sala respondendo às perguntas dos alunos, (iii) discussão coletiva com toda a turma, em que os alunos apresentam os seus resultados, seguido de um (iv) momento de síntese e sistematização.

Metodologia de investigação

Este estudo usa uma abordagem qualitativa e interpretativa, sendo baseado no trabalho colaborativo da investigadora (primeira autora desta comunicação) e quatro professores do 1.º ciclo de um agrupamento na periferia de Lisboa. Os participantes são três professores do 3.º ano e uma professora de apoio de Matemática. Todos eles têm pouco tempo de serviço (menos de cinco anos), e estão no agrupamento de escolas há pelo menos dois anos. Sónia, Carla e Ricardo já conheciam os alunos das suas turmas de anos anteriores e Sandra, que está no agrupamento há dois anos como professora de apoio de Matemática, apoia as três turmas em assessoria. Os professores envolvidos na investigação reúnem-se quinzenalmente com a investigadora em sessões de trabalho em que discutem, planificam e refletem sobre as tarefas realizadas com os alunos. Nesta comunicação, a identidade dos professores foi preservada e os tanto os seus nomes como os dos alunos são fictícios.

Nesta comunicação analisamos diversos momentos específicos do trabalho: a planificação que antecede a realização da tarefa, a condução da realização da tarefa na aula, que inclui a sua introdução, exploração e discussão, e a reflexão dos professores sobre o que aconteceu. A planificação da tarefa proposta foi realizada com uma semana

de antecedência numa sessão de trabalho. Nessa sessão, a investigadora apresentou aos professores oito propostas de tarefas definidas a partir das dificuldades e objetivos identificados pelos professores numa sessão anterior. Os professores selecionaram duas tarefas, fazendo uma previsão das dificuldades e das possíveis estratégias dos alunos, discutiram a melhor forma de as realizar e propuseram alterações. Depois disso, os alunos resolveram estas tarefas numa sessão que durou cerca de duas horas. Por razões de espaço, analisamos aqui apenas os dados recolhidos relativamente à segunda tarefa. Durante a aula, os alunos trabalharam individualmente e depois discutiram os resultados em grande grupo. Os professores deram aos seus alunos uma ficha com os problemas, explicaram o enunciado, deram algum tempo aos alunos para a sua resolução e, no final, teve lugar a discussão coletiva. Em todas as salas de aula, para além da investigadora e do professor titular de turma, estava Sandra, a professora de apoio. Depois de a aula terminar, os professores refletiram informalmente com a investigadora sobre o modo como esta correu. Cerca de uma semana depois, teve lugar uma nova sessão de trabalho na qual os professores refletiram mais aprofundadamente sobre a realização das tarefas, as estratégias e dificuldades dos alunos. Tanto nas sessões de trabalho como na observação de aulas, a investigadora teve um papel participante, questionando os professores e ajudando-os a refletir sobre as tarefas. Durante a observação de aulas interagiu com os alunos, enquanto resolviam individualmente a tarefa, ajudando-os sempre que solicitavam a sua ajuda. Finalmente, refletiu conjuntamente com os professores sobre os aspetos mais relevantes. As aulas e as sessões de trabalho (realizadas antes e depois da aula em que se realizou a tarefa) foram registadas através de áudio e vídeo. Durante a análise dos dados focámo-nos nos aspetos relacionados com a forma como os professores promovem o raciocínio dos seus alunos.

Planificação

Durante a escolha das tarefas a propor aos alunos, os professores decidem realizar duas tarefas de natureza aberta, bastante diferente das que habitualmente costumam fazer. Consideram que os alunos têm pouco sentido crítico em relação às soluções que apresentam e que será importante realizar tarefas desta natureza para explorarem e compararem diferentes soluções e estratégias. A tarefa que analisamos nesta comunicação é a seguinte:

A Joana foi à Florista comprar um ramo de flores para oferecer à mãe e levou 8€ para gastar. A florista disse-lhe: “Hoje tenho rosas a 2€, margaridas a 1€ e cravos a 0,50€”. Quantos tipos diferentes de ramos pode a Joana fazer?

Antes de realizarem a tarefa na sala de aula, os professores referem vários aspetos que consideram que devem ser analisados. Por exemplo, receiam que os alunos façam alguma confusão entre os valores 0,5€, 5€ e 0,05€, respondendo erradamente. Inicialmente, algumas professoras sugerem o recurso a material manipulável (réplicas de dinheiro), mas Ricardo não concorda e argumenta que, se isso acontecer, os alunos não estarão a raciocinar. A investigadora intervém:

Investigadora: Se eles usarem dinheiro não estão a raciocinar também?

Ricardo: Eh pá estão... Mas não é uma coisa abstrata... Do ar! É uma coisa que eles estão a manipular... Não é? Agora... Eles terem esse raciocínio sem estarem a manipular... [Sem] mexer em nada...

Carla: O problema é que eles não conseguem identificar os cinquenta cêntimos...

Sandra: Com o dinheiro... Estou mesmo a imaginar... Nós damos-lhes as moedas... Eles vão... Com os dois euros, com a moeda de dois euros, só vão comprar rosas... Não vão associar que com dois euros também conseguem comprar duas margaridas. Isto com dinheiro, com o dinheiro!

Ricardo considera que o recurso a material manipulável iria levar o raciocínio dos alunos a desenvolver-se a um nível demasiado concreto, ficando muito condicionado a estes materiais. As restantes professoras são sensíveis aos argumentos do colega, o que faz com que abandonem a hipótese de utilizar material manipulável. Deste modo, os professores associam “raciocínio” a representações matemáticas abstratas, não reconhecendo que este raciocínio pode ocorrer com base em representações ativas, como seriam as próprias moedas ou outros objetos que representassem os respetivos valores.

Na continuação da planificação da tarefa, os professores referem a sua preocupação relativamente às dificuldades dos alunos que possam surgir. Ricardo receia que os alunos não consigam raciocinar de forma a encontrar todos os ramos possíveis, enquanto Carla acha que apesar de propor uma tarefa aberta, os alunos limitar-se-ão a encontrar uma única resposta.

Ricardo: Aqui [na tarefa 2]... Eu acho que... “Quantos tipos de ramos diferentes pode a Joana fazer?”, eu acho que eles não vão conseguir fazer os tipos todos...

Carla: Todos não... Mas... Fazem alguns...

Ricardo: Mas pode-se pôr antes... Aaaaa... “...três tipos diferentes”, para eles fazerem três tipos diferentes...

Carla: Não...

Ricardo: Não?

Carla: Olha que temos no nosso [manual]... (...) Eles por norma, cada ficha de avaliação tem sempre uma... Um desses problemas! Tipo: “Doze laços, quatro flores, não sei quê, três papéis...”

Ricardo: Para eles combinarem de todas as maneiras possíveis? (...)

Carla: Eles só vão para um...(...)

Ricardo: Mas o objetivo é eles encontrarem todas... Não é encontrar uma!

Carla apresenta do seguinte modo a sua antevisão do que poderão ser as resoluções de diversos alunos:

Carla: Garanto-te que não... Fazem o primeiro... Tenho dois alunos na minha turma que fazem ... O resto não... Já fizeram! Sabes porquê? Eles vão fazer... Vão chegar aqui e vão dizer... “Tenho duas rosas custam dois euros... Dois, três, mais quatro cravos... Quatro! Então vou fazer o dobro! Professora posso fazer isto!” E acabou!

Investigadora: Mas isso já é...

Ricardo: Isso já é...

Carla: Um luxo!

Ricardo: É um luxo! Sim! Exatamente! (risos) (...) É um raciocínio! É bom!

Ricardo propõe alterar o enunciado do problema, limitando o número de soluções pedidas, mas Carla não está de acordo. Considera que os alunos não vão encontrar todas as soluções, mas acredita, que no conjunto da turma, todas as soluções acabarão por surgir. Perante os seus argumentos, os professores optam por não alterar o enunciado do problema.

Os professores discutem ainda as representações que os seus alunos poderão utilizar. Sandra e Sónia indicam várias hipóteses:

Carla: ... [Eles resolvem] Por esquemas! Sim... Por desenhinhos...

Investigadora: E acham que eles aqui [na tarefa] que vão fazer por desenhos? Desenhar os ramos...

Carla: Desenham!

Investigadora: ... Ou recorrem ao valor das flores?

Carla: Nãããooooo! Isso era um passo de gigante!

Sandra: Eu acredito que eles façam desenhos... Ou desenhos ou mesmo escrever!

Ricardo: Escrever “rosa”... Aaaaa... “três margaridas”...

Os professores consideram que a tarefa das flores será fácil, pois é habitual realizarem tarefas semelhantes. Apesar de preferirem que os seus alunos usem representações mais abstratas, pensam ser provável que recorram a representações informais como desenhos, esquemas e linguagem natural.

Os professores receiam que o problema seja “demasiado aberto” e que os alunos se percam na sua resolução. Assim, consideram uma possível alteração do enunciado que acabam por rejeitar. De forma geral, dão grande importância às dificuldades que os alunos podem sentir e tentam prever as representações que eles podem usar. Pensam também no que podem fazer para estimular e motivar os alunos, através de questões.

Introdução da tarefa

Na realização da tarefa na sala de aula, os professores dão muita importância à introdução, tendo em vista a sua compreensão pelos alunos. Carla, Sandra e Sónia fazem uma interpretação coletiva com todos os alunos e depois falam com eles individualmente averiguando se compreenderam as condições da tarefa, enquanto Ricardo opta por fazer a tarefa coletivamente com os alunos. Na turma de Carla, a tarefa é introduzida por Sandra que, depois de pedir a um aluno que leia o enunciado do problema, pergunta a outro aluno:

Sandra: André, o que é que nos diz o problema?

André: Diz-nos que com oito euros a Joana ia comprar...

Sandra: A Joana ia comprar o quê?

André: Flores...

Sandra: Para quê?

André: Para a mãe...

Sandra: Para a mãe! E quanto é que ela tinha para gastar?

André: Oito euros!

Sandra: Oito euros! E que flores é que tinha a florista Joana?

Joana: Aaaaaa... Rosas, margaridas e cravos...

Sandra: E cravos... Quanto é que custavam as rosas, Vanessa?

Vanessa: Dois euros...

Sandra: Quanto é que custava cada margarida, Leonardo?

Leonardo: Um euro...

Sandra: Quanto é que custava cada cravo Danilo?

Danilo: Cinquenta cêntimos!

Sandra: Cinquenta cêntimos... Então o que é que eu quero saber neste exercício? O que é que eu quero fazer? Leonardo?

Leonardo: Quantos tipos de ramos...

Sandra: Então e um ramo... O que é um ramo? Um ramo de flores?

Sandra questiona os alunos de modo a que estes interpretem todas as condições do problema, perguntando-lhes qual a quantidade de dinheiro que podem gastar, o preço de cada flor e que flores existem. No entanto, nesta turma (como de resto nas outras) surge um erro comum relacionado com o facto dos alunos se limitarem a juntar uma flor de cada tipo. A sua interpretação do enunciado leva-os a responderem a uma pergunta diferente: “Quanto custam as três flores?” em vez de “Quantos tipos diferentes de ramos se podem fazer?”, algo que os professores não previam.

Perante as dificuldades que os alunos evidenciam, Ricardo decide intervir, optando por partir da sugestão de um aluno e convidando a turma a construir um ramo consigo:

Vamos ver este exemplo que o Beto nos deu... Temos uma rosa, uma margarida e um cravo. Quanto dinheiro é que isto dava Beto? (...) Tu gastaste 2 euros, mais 1 euro, mais 50 cêntimos... O Beto gastou 3 euros e 50... Mas Oh Beto... (...) tinhas 8 euros para o teu ramo. 8 euros! E só gastaste... (...) Podemos comprar mais flores, não podemos? (...) Vanessa... Diz-me lá aqui uma flor para este ramo...

rosas	1	2€	2€
margaridas	1	1€	1€
cravos	1	0,50€	0,50€
			8,00€

Figura 1 – Esquema elaborado por Ricardo

À medida que questiona os alunos, Ricardo constrói o esquema representado na figura 1 e vai acrescentado flores (escreve “1” a indicar a quantidade de flores sugerida pelos

alunos) e coloca à frente o seu valor (2, 1 ou 0,50 euros). Sempre que adiciona uma flor, regista os respetivos valores, e depois de todo o ramo:

Vou gastar 4 euros [em rosas]... Porque vou gastar aqui mais 2, não é?
Então o resultado final... Já não vai dar 3 e 50... Vai ser quanto?

Ao fazer os cálculos de forma gradual, Ricardo tenta que os alunos acompanhem o seu raciocínio. Procura que percebam que cada vez que acrescentam uma flor, há dois valores que mudam automaticamente, o número de flores daquele tipo e o valor do ramo. Quando os alunos determinam o novo valor do ramo, o professor pergunta-lhes: “Ainda tenho dinheiro para gastar? (...) Que flores mais é que posso comprar?”. Enquanto o valor do ramo está longe dos 8€, os alunos apenas têm que avaliar se têm margem para comprar mais flores. No entanto, após as várias sugestões dos alunos, o ramo atinge os 6,5€ e a discussão chega a um ponto-chave, sendo preciso decidir que tipo de flor se pode ou não comprar de forma a não exceder os 8€. E o diálogo continua:

Ricardo: Posso comprar uma rosa? Será que posso?

Alunos: Simmmm!

Ricardo: (...) Nós vamos comprar uma rosa... O que é que vai acontecer? (...) Vou pôr aqui mais uma rosa, vou pôr aqui mais quanto? ...

Turma: 2!

Ricardo: Mais 2€! E agora?

Turma: Dá 6 [euros em rosas]!

Ricardo: Vou ter que acrescentar aqui em baixo no total, não é? Os 2€...
Vai ficar quanto?

Aluno: 8 euros e 50... (...)

Marcos: Não pode porque o professor só tem 8€!

Ricardo: Só temos oito euros! E aqui estão 8 euros e 50... Então não podemos comprar uma rosa, pois não? Não podemos comprar uma rosa... Esta rosa que tu me pediste para comprar, não podemos comprar... (apaga o que escreveu sobre a rosa). Temos que comprar outra flor...

Perante a proposta de comprar mais uma rosa, Ricardo simula o que aconteceria. Marcos percebe que excederam o valor máximo permitido, explica-o à turma e o professor reforça a resposta do aluno. Depois de considerar que os alunos compreenderem as condições do problema, Ricardo sintetiza as duas condições principais.

Vocês é que escolhem o ramo que querem... Não é obrigatório ter duas rosas... Não é obrigatório ter três margaridas! Cada um faz o ramo que quer... À sua maneira... Para gastar oito euros, está?

Na sala de Ricardo, a apresentação inicial da tarefa, feita por Sandra não é suficiente para que os alunos compreendam o que se pretende. Perante a solução apresentada por um dos alunos, de fazer um ramo com três flores, uma de cada tipo (correspondendo ao valor “três euros e meio”), alguns alunos não conseguem perceber por que razão a resposta está incorreta e continuam a insistir no ramo com as três flores. Ricardo decide intervir e simula a construção um ramo em conjunto com os alunos, para que estes

compreendem que podem ter um ramo com mais do que uma flor de cada tipo, não podendo ultrapassar o valor máximo de 8€. Não sendo suficientes a explicação oral, os professores procuram que os alunos percebam o enunciado através de um exemplo concreto.

Realização

Depois da introdução e exploração do enunciado, os alunos trabalham individualmente e solicitam por vezes a ajuda dos professores. Fazem-no principalmente em duas situações: continuam sem compreender o problema ou pretendem alguma confirmação do professor.

Na turma de Sónia, uma aluna apresenta a Sandra a sua interpretação do problema, considerando que se trata de adicionar os valores do enunciado:

Ana: Já sei o que é para fazer! É isto mais isto, mais isto (a aluna refere que deve somar todos os números do enunciado da tarefa).

Sandra: Ahhh... Não... Tens que gastar 8€ para comprar flores... Ela vai comprar flores e só pode gastar 8€! E agora eu quero que tu me digas que flores é que ela vai comprar com 8€...

Ana: Rosas...

Sandra: Quantas rosas?

Ana: Aaaa... Podia comprar duas! Duas rosas é 4€... Com mais... Um, euro, dois... Duas margaridas e... Um euro faz...

Sandra: Cinco, não é?

Ana: Duas margaridas!

Sandra: Ah! Compra duas margaridas!

Ana: Quatro, seis... São oito, não é?

Sandra: Sim...

Ana: Com mais... Cravos... Cinquentaaaa... Com mais... Quatro cravos!

Sandra: E fazes 8€...

A professora retoma a estratégia de ir construindo um ramo, sendo decisiva a sua pergunta “Quantas rosas?”, que leva a aluna a perceber que poderá adquirir diversas flores de cada um dos tipos. Assim que a aluna começa mentalmente a construir ramos, a professora vai fazendo algumas perguntas de confirmação que obrigam a aluna a explicar o seu raciocínio.

Na turma de Carla, depois de fazer alguns ramos de forma correta, David, solicita o apoio da professora para confirmar se está a resolver o problema corretamente:

Carla: Queres acrescentar aos três euros e meio, o quê?

David: Este [uma rosa] e este [uma margarida]

Carla: Então acrescenta lá mais 2€... E mais? (o aluno acrescenta um euro da margarida). Então vamos lá a fazer a conta a ver se já chegámos lá... Acrescentaste uma rosa e uma margarida...

(aluno faz o algoritmo)

David: Seis e meio!

Carla: Já chegaste aos 8? (aluno acena que não com a cabeça). Pois não...
Então e agora?

David: Vou ter que acrescentar mais...

Carla questiona o aluno para que este explique que flores escolheu para os seus ramos. Em grande medida, a insegurança evidenciada por muitos alunos pode ter a ver com o facto de se tratar de uma tarefa aberta a que não estão habituados. Os alunos fazem diferentes tipos de ramos, tendo dificuldade em perceber se os seus ramos estão corretos ou não e pedem com alguma insistência confirmação do professor. Nestes diálogos, desenvolvem a sua capacidade de interpretar o problema e de explicar o seu raciocínio.

Discussão

Durante a realização da tarefa, face à motivação dos alunos e às inúmeras possibilidades encontradas, os professores optam por sistematizar as respostas no quadro. Nesta fase, decidem não dar muito relevo às representações esquemáticas e valorizam sobretudo representações de cunho mais formal. Na turma de Sónia, Sandra refere:

Sandra: Olha eu não vou desenhar rosas! A maior parte de vocês desenhou a rosa (escreve “1 rosa” no quadro)... Não vou estar aqui a desenhar rosas...

Investigadora: Tens ali a Nadine que nem escreveu “rosa”. Escreveu “ $4r=8$ ”!

(...)

Sandra: Então vamos lá... Uma rosa... A Nadine em vez de escrever “rosa” representou com r... (utiliza a representação sugerida pela aluna).

A professora considera que é importante que os alunos percebam que há várias formas de representar a situação e que as representações mais formais agilizam o processo de resolução da tarefa.

Na continuação da discussão, outros alunos apresentam a sua resolução e a professora procura compreender o que eles querem dizer:

Sandra: Diz-me outro ramo que tu tenhas feito?

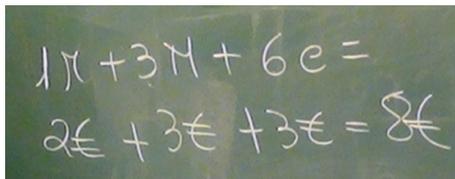
André: Dois mais três mais...

Sandra: Dois mais três mais... Isso é o quê?

André: Dois euros...

Sandra: Diz-me as flores...

André: Uma rosa, três margaridas mais seis cravos...



The image shows a chalkboard with two lines of handwritten mathematical equations. The first line is $1r + 3M + 6c =$ and the second line is $2€ + 3€ + 3€ = 8€$.

Figura 2 – Representação utilizada por Sandra para traduzir a resposta de André.

O aluno começa por referir as flores que utilizou num dos seus ramos, indicando o valor de cada tipo de flor. Ao aperceber-se de que a forma como o aluno se expressa pode não ser percebida pelos colegas, a professora pede-lhe que explique o que quer dizer com “dois mais três”. Desta forma, leva o aluno a referir as flores, que regista no quadro,

colocando por baixo os respetivos valores. A professora procura assim apoiar a transformação da linguagem natural dos alunos numa linguagem mais formal, de modo a explicarem cada vez melhor o seu raciocínio.

Na turma de Ricardo há a seguinte discussão:

Ricardo: Agora também quero fazer um ramo... Posso?

Alunos: Siiimmm...

Ricardo: Eu queria um ramo com 16 cravos!

Alunos: 16?!?!? Ché!

Ricardo: Quanto é que vai pagar pelos 16 cravos?

Vanessa: 8€!

Ricardo: Porquê Vanessa?

Mica: Porque 8 vezes 2 é 16!

Ricardo: Onde é que foste buscar o 2?

Leandro: Porque é vezes 2!

Ricardo: Mas porquê 2 Onde é que foste buscar o 2?

Fernando: Foi buscar à tabuada!

Ricardo: Não te estou a perceber... Nós... Os cravos custam 50 cêntimos.

Eu pedi dezasseis. Onde é que tu vais buscar o 2? Para fazeres 2 vezes 8?

Porquê? Não percebi... (...)

Ricardo continua a insistir mas o alunos não percebe a sua pergunta, até que Sandra intervém:

Sandra: Posso ajudar? Quantos cravos é que tu precisas para fazer um euro?

Alunos: Dois!!!

Josiane: Porque um é cinquenta cêntimos! Ficam dois... Bem barato!

Face ao raciocínio (correto) dos alunos, o professor questiona-os para que expliquem como chegaram à resposta, sem lhes dizer se está ou não certa. Com as suas perguntas e comentários (Porquê? Porque não fizeste da maneira x? Não percebi...), procura que justifiquem por que razão 16 cravos custam 8€. Os alunos explicam que ao multiplicar 8 por 2 chegam a 16, mas não conseguem explicar porque utilizaram o “dois”. Após alguns minutos, os alunos começam a ficar um pouco frustrados e confusos e Sandra decide dar uma pista que acaba por ajudá-los a compreender que “dois” está relacionado com o facto de 2 cravos custarem 1€.

Reflexão

Na sessão de trabalho que decorreu cerca de uma semana depois da realização das aulas, os professores refletiram sobre a realização das tarefas. Destacamos dois aspetos relacionados com a compreensão das condições do problema e a importância da discussão coletiva.

No início da realização da tarefa os professores consideraram muito importante que os alunos interpretem e compreendam as condições do problema, utilizando, se necessário

uma linguagem natural informal. É o que refere Sandra, dizendo que “Às vezes falamos como eles!”

Investigadora: Falas como eles?

Sandra: Falo... (ri-se) Não se usa nada de linguagem matemática...
“Como é que é a continha?”

Ricardo: Sim... Não há! Esquece! Algoritmos, adições, subtrações, multiplicações... Esquece! É mais, menos, vezes, a conta em pé... Não há algoritmos!

Os professores reconhecem que os alunos têm dificuldade em usar uma linguagem matemática formal, mas são capazes de se exprimir numa linguagem matemática informal, pelo menos nos aspetos que dizem respeito às operações.

Sónia dá um exemplo de desânimo que pode ocorrer se os alunos não compreendem o problema:

Aqui o meu Yonas foi dos que desmotivou mais na segunda tarefa... Como ele não estava a perceber... (...) Deixam-se estar caladinhos...
“Faz de conta que estou a fazer” e foi o que aconteceu com o Yonas!

Sónia reflete também sobre a importância do tipo de questões a colocar aos alunos durante a realização da tarefa de modo a assegurar-se que estão a responder a todos os aspetos do problema:

É assim... Nós temos que ir puxando... É... É... Ir puxando cada vez mais! Eu acho que é aguçar cada vez mais a curiosidade deles e foi isso que nós fomos fazendo... “Será que não dá de mais nenhuma maneira?” Foi tentar despertar sempre uma curiosidade e interesse deles.

Analisando o desempenho dos alunos, os professores identificam algumas das suas dificuldades:

Sandra: Eu achei que a maioria preocupou-se muito em gastar logo os oito euros...

Sónia: E em ter as três espécies... As três qualidades de flor! Não foi? Também notei isso! (...) a preocupação dos meus era que tinha que ter... Tinha que ter uma de cada! (...) Até depois perceberem que não! Que podiam fazer o ramo só com cravos...

Os professores reconhecem duas tendências dos alunos, uma para fazerem ramos com as três flores e outra para tentarem gastar os 8€ aleatoriamente sem relacionarem os diferentes ramos.

Tendo em conta que a turma de Ricardo é considerada como a mais fraca em Matemática, Carla e Sónia ficam surpreendidas com a representação mais formal usada pelos alunos desta turma – um esquema semelhante a uma tabela. O professor refere que isso se deve a uma representação que ele próprio usou para explicar a tarefa:

Por isso é que aparece tanto a tabela... Tantas vezes... No segundo exercício! Como a explicação que lhes dei foi numa tabela... Dei-lhes o exemplo... Depois eles construíram os outros [ramos] todos a partir disso...

A discussão coletiva não assumiu muita relevância nas três aulas observadas pois os professores valorizam sobretudo a interação individual com os seus alunos durante a

resolução da tarefa. No entanto, na reflexão pós aula, os professores refletem sobre o papel deste momento de trabalho. Sónia, sem desvalorizar a importância do trabalho individual, refere que este momento se revelou muito interessante:

[Um momento importante] para mim foi a discussão das estratégias... Em termos de quadro... (...) Porque um dá uma ideia e o outro dá outra e eu acho que aí é que se percebe realmente o que é que... A riqueza de estratégias que aparece na turma, que se consegue debater! (...) Para mim, claro que o trabalho não se faria se não... Se não houvesse o trabalho de cada aluno, mas a discussão depois, com a turma em grande grupo, com as estratégias e de perceber que havia diferentes estratégias para resolver o problema, para mim, no meu entender, foi, na minha turma [o melhor].

Pelo seu lado, Ricardo, Sandra e Carla referem que convidaram os alunos a participar na discussão, tendo em atenção as suas características, tendo em atenção as suas dificuldades, a sua motivação ou a originalidade das representações em relação ao resto da turma.

Sónia refere ainda que a discussão coletiva é uma forma de desenvolver outra das capacidades transversais: a comunicação matemática.

[A discussão serve] Para ele [o aluno] também desenvolver a linguagem matemática. (...) E ao verbalizarem, mais tarde, conseguem fazer esse tipo de tarefas... Porque o que eu sinto na minha turma... A dificuldade da minha turma... Eles fazem as coisas... “Então, mas porque é que fizeste assim?”... Eles têm imensa dificuldade em explicar o raciocínio! Em termos de raciocínio matemático... Verbalizar e explicá-lo... Eles não conseguem! E por outro lado, eu também acho que... Às vezes eles perceberem e ouvirem de um colega é mais acessível do que ouvirem da professora... Eles não percebem como nós e se for um colega, se calhar a linguagem é mais acessível e eles percebem melhor...

A professora estabelece assim uma relação entre a comunicação e o raciocínio matemático. Esta ligação entre a discussão coletiva, como promotora da comunicação, e o raciocínio pareceu receber o assentimento dos restantes professores.

No seu balanço, os professores mostraram-se muito satisfeitos com a sua decisão em realizar tarefas abertas, referindo que os alunos ganharam um maior espírito crítico em relação à solução que propunham e ficaram mais motivados para participar na discussão final. Como refere Carla:

Eles motivaram-se mesmo com a atividade! Perceberam que chegavam a um ponto e havia várias maneiras! E queriam todos descobrir formas diferentes e para eles... Aquela disputa de “Eu já descobri assim! E tu?”, [foi muito importante].

Note-se que os professores estavam um pouco inseguros na sua escolha da tarefa e definiram o seu plano de ação baseando-se no pressuposto de que os alunos se limitariam a encontrar uma solução e parariam por ali. E, na verdade, encontrar exemplos válidos de ramos nas condições do enunciado revelou-se uma questão muito mais complexa do que tinham previsto. A forma como as aulas decorreram evidencia a necessidade dos professores fazerem uma exploração matemática aprofundada das tarefas e, com base nisso, identificar as possíveis dificuldades dos alunos. De qualquer

modo, a reação positiva dos alunos foi, para eles, uma agradável surpresa e indicam interesse em voltar a usar este tipo de tarefas.

Conclusão

Na planificação e na reflexão pós aula, os professores dão atenção às estratégias e dificuldades dos alunos, discutindo estes aspetos tendo em atenção as representações que os alunos podem usar. É de notar que associam raciocínio a representações matemáticas abstratas, desvalorizando a possibilidade do raciocínio se poder realizar com base em representações ativas ou icónicas como esquemas e diagramas. Tal como referem Webb, Boswinkel e Dekker (2008), salienta-se, assim, a necessidade de promover mais oportunidades de reflexão sobre o papel dos diferentes tipos de representação no ensino da Matemática. Na introdução da tarefa, os professores procuram ultrapassar as dificuldades dos alunos compreenderem o enunciado com a construção coletiva de exemplos concretos de ramos de flores nas condições do problema. Durante a discussão coletiva, os professores procuram apoiar os alunos a transformar a sua linguagem natural numa linguagem mais formal.

Durante a planificação, realização e reflexão os professores dão muita atenção à introdução e exploração da tarefa. Inicialmente, na planificação, dão mais importância ao acompanhamento individual dos alunos do que à discussão final com apresentação dos resultados e confronto de estratégias e raciocínio, um momento com grandes potencialidades para a aprendizagem da Matemática (Ponte, Nunes & Quaresma, 2012). Na sessão de trabalho reflexivo a discussão coletiva, ganha maior relevância e os professores mostram vontade de no futuro valorizar este momento de trabalho. Isto acontece, em grande medida, pela ligação que os professores fazem entre a comunicação que se pode gerar neste momento e a explicitação do raciocínio dos alunos. É ainda de notar que, apesar do seu receio inicial em realizar tarefas abertas, a motivação e empenho dos alunos foi de tal modo significativo para os professores que estes ficaram motivados para voltar a propor este tipo de tarefas.

Referências

- Ball, D. & Bass, H. (2003). Making mathematics reasonable in school. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school Mathematics* (pp. 27-44). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Bruner, J. (1999). *Para uma teoria da educação*. Lisboa: Relógio d'Água.
- Lannin, J., Ellis A. B., & Elliot, R. (2011). *Developing essential understanding of mathematics reasoning for teaching Mathematics in prekindergarten-grade 8*. Reston, VA: NCTM.
- Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., & Henriques, A. (2012). O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior. *Praxis Educativa*, 7(2), 355-377.
- Ponte, J. P., Nunes, C. C., & Quaresma, M. (2012). Explorar, investigar, interagir na aula de Matemática: Elementos fundamentais para a aprendizagem. In A. C. Silva, M. Carvalho & R. G. Rêgo (Eds.), *Ensinar Matemática: Formação, investigação e práticas docentes* (pp. 49-74). Cuiabá: UFMT.
- Saxe, G. B. (1999). Professional development, classroom practices, and students' mathematics learning. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 121-128). Haifa, Israel.

- Schoenfeld, A. (2000). Models of the teaching process. *Journal of Mathematical Behavior*, 18(3), 243-261.
- Webb, D. C., Boswinkel, N., & Dekker, T. (2008). Beneath the tip of the iceberg. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 14(2), 110-113.